# 10

# Оптимална експлоатација на ЕЕС

## 10.1 Вовед во теорија на оптимизација

Теоријата на оптимизација се занимава со развој на модели и методи со кои се определуваат оптимални решенија на математички дефинирани проблеми. Било кое решение на математичкиот проблем $\boldsymbol{x}$, во општ случај, може да биде n - торка на решенија во облик $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Компонентите на решението $x_i$, $i = 1, \ldots, n$, се нарекуваат управувачки променливи. Вообичаено, оптималното решение на математички дефиниран проблем се означува со $x^*$.

За да можеме да констатираме дека некое решение дека е оптимално, потребно е да постои мерка со која се одредува неговиот квалитет и ќе овозможува негово споредување со други можни решенија. Во математичкиот модел мора да постои функција со која на секое решение се придружува некоја вредност која претставува мерка за квалитет. Таквата функција вообичаено се нарекува **критериум**, **функција на цел** и слично, и најчесто математички се означува со $\boldsymbol{f(x)}$. Задача на оптимизацијата е одредување на решение кое дава оптимална (минимална или максимална) вредност на $f(x)$.

Променливите кои треба да се определат обично се условени со меѓусебни релации и ограничувања. Секое решение кое ги задоволува постоечките ограничувања се нарекува **можно** решение. Ваквите решенија формираат множество на можни решенија $\boldsymbol{D}$.

$$D = \{x \in R^n \,|\, g_i(x) \leq 0, i = 1,...,m\} \qquad (10.1)$$

$i$ – индекс на ограничувањето,

$m$ – вкупен број на ограничувања,

$g_i(x)$ – функции на ограничувањата.

Општата задача на оптимизација може да се постави на следниот начин: Дадено е множество на можни управувачки променливи $D$ и функцијата на цел $f(x)$. Треба да се определи решение $\boldsymbol{x}$ кое припаѓа на множеството $D$ за кое $f(x)$ достигнува оптимална (минимална или максимална) вредност. Значи оптимално решение $\boldsymbol{x}^*$ е она за кое важи $f(x^*) \geq f(x)$ или $f(x^*) \leq f(x)$, зависно од тоа дали се бара максимум или минимум на $f(x)$. Вредноста на функцијата $f^* = f(x^*)$ која одговара на оптималното решение се нарекува оптимална вредност или **оптимум**.

Дадената дефиниција за оптимум се нарекува и глобален оптимум, а самата постапка глобална оптимизација. Основна задача на теоријата на оптимизација е развој на методи за решавање на проблемите од глобалната оптимизација. Колку успешно може да се реши проблемот зависи од особините на $f(x)$, видот на ограничувањата и применетите методи. Притоа, постои ризик со примена на некои методи, како решение да се добие локален оптимум.

### 10.1.1 Потребен и доволен услов

Од сите можни решенија кои ги задоволуваат ограничувањата, оптимално е она решение кое дава екстремна вредност на функцијата на цел. Само во наједноставните проблеми е можно директно испитување на сите можни решенија и со нивно споредување да се утврди кое од нив дава оптимална вредност.

Поради тоа е потребно да се развијат постапки со кои најпрво се определуваат кандидати за оптимално решение, а потоа се проверува дали некое од нив е оптимално. Овие постапки во оптимизацијата се засноваат на утврдување и користење на услови кои треба да се задоволат (исполнат).

Оптималното решение не мора да биде единствено, повеќе решенија можат да дадат оптимална вредност на функцијата на цел $f(x)$. Корисно е да постојат услови кои некое решение мора да ги задоволи за да биде оптимално, додека другите можни решенија можат, ама и не мораат да го исполнуваат тој услов. Ваквиот услов се нарекува **потребен** услов за оптималност.

Нека *f(x)* е непрекината функција чиј што прв извод исто така е непрекината функција. Ако претпоставиме дека максимум (минимум) на *f(x)* не може да се постигне за $x = \pm\infty$, тогаш максимум (минимум) може да се појави само во точките во кои првиот извод на фукцијата по променливата *x* е нула. Според тоа потребен услов за оптимално решение е $\frac{df(x)}{dx} = 0$.

Доволен услов за оптималност е оној услов чие исполнување гарантира дека разгледуваното решение е оптимално. Меѓутоа, ако разгледуваното решение не исполнува некој доволен услов за оптималност, тоа не значи дека тоа мора да биде неоптимално. Само ако решението го исполнува условот за оптималност кој во исто време е и потребен и доволен услов, може да се тврди дека е оптимално решение.

Кога во точка $\boldsymbol{x}^*$ е задоволен потребниот услов (првиот извод да е нула), доволниот услов се добива од фактот дека вториот извод го одредува знакот на промена во околина на таа точка. Доколку вториот извод $f''(x^*)$ е негативен, тогаш имаме доволен услов за максимум на *f(x)*, а доколку е позитивен, тогаш имаме доволен услов за минимум на *f(x)*.

Ако имаме функција $f(x_1, \dots, x_n)$, потребен услов е $\frac{df}{dx_i} = 0$, $i = 1, \dots, n$

Тајлоровиот развој на *f(x)* во околина $x^* + h$ ќе биде:

$$f(x^* + h) = f(x^*) + \sum_{i=1}^{h} h_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} h_i h_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} + \dots$$

односно

$$f(x^* + h) - f(x^*) = h^T \cdot \nabla f(x^*) + \frac{1}{2} h^T \cdot H(x^*) \cdot h + o^3(h) \tag{10.2}$$

каде што $\nabla f(x)$ е градиент на *f(x)* $\qquad \nabla f = (\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n})$

*H* – Хесеова матрица $\qquad H_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$

Потребен услов за оптималност $\frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, \dots, n \qquad \nabla f = 0$

Доволен услов за максимум е $H(x^*)$ да е негативна матрица, додека за минимум $H(x^*)$ да биде позитивна матрица.

**Пример**: Да се определи минимум на функцијата:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 - 8x_1 - 16x_2 - 32x_3 + 110$$

**Решение**:

Со изедначување на првите изводи на нула, се добива:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1 + x_2 - 8 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = x_1 + 4x_2 + x_3 - 16 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = x_2 + 6x_3 - 32 = 0$$

или во матрична форма

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 16 \\ 32 \end{bmatrix}$$

Решението на дадениот систем од линеарни равенки ја дава оптимална точка $x^* = (3, 2, 5)$. Вредноста на функцијата во оваа точка изнесува $f(x^*) = 2$. За да провериме дали добиената точка претставува минимум на функцијата, ја формираме Хесеовата матрица

$$H(x^*) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Сопствените вредности на матрицата изнесуваат: 1,55; 4 и 6,45 и сите се позитивни. Според тоа, бидејќи матрицата е позитивна, се добива дека точката (3, 2, 5) е минимум на функцијата.

### 10.1.2. Условна оптимизација (Лагранжови множители)

Основната идеја за решавање на условна оптимизација може да се прикаже на еден едноставен пример со оптимизација на функција од две променливи во присуство на едно ограничување. Треба да се определи $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)$ за да се постигне оптимална вредност на $f(x_1, x_2)$ при ограничување $g(x_1, x_2) = b$.

Ограничувањето $g(x_1, x_2) = b$ покажува дека променливите $x_1$ и $x_2$ меѓусебно се зависни. Еден начин на решавање е следниот: експлицитно да се реши $x_1$ во зависност од $x_2$, $x_1 = \phi(x_2)$, потоа $\phi(x_2)$ се заменува и се добива $f(\phi(x_2), x_2)$ и задачата натаму се сведува на безусловна оптимизација по променлива $x_2$. Претходно прикажаниот начин на решавање има ограничена примена поради фактот што не е секогаш можно аналитичко одредување на $x_1 = \phi(x_2)$. Еден сосема поинаков начин на решавање е следниот: прво се одредуваат изводите по променливата $x_1$.

$$\frac{df}{dx_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} \tag{10.3}$$

$$\frac{dg}{dx_1} = \frac{db}{dx_1} = 0 = \frac{\partial g}{\partial x_1} + \frac{\partial g}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} \tag{10.4}$$

За да $f(x)$ има локален оптимум во дадена точка, треба $\frac{df}{dx_1} = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} = 0 \tag{10.5}$$

Наместо условот (10.5) многу покорисен е услов кој не зависи од $dx_2/dx_1$. Таков израз се добива со елиминација на $dx_2/dx_1$ од претходните равенки, со претпоставка дека парцијалните изводи не се еднакви на нула, при што се добива:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial f}{\partial x_2}} = -\frac{\frac{\partial g}{\partial x_1}}{\frac{\partial g}{\partial x_2}} \tag{10.6}$$

Друг изглед на условите за оптималност се добива со воведување на нова променлива

$$\lambda = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_1}}{\frac{\partial g}{\partial x_1}} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_2}}{\frac{\partial g}{\partial x_2}} \tag{10.7}$$

така да сега се добиваат две равенки:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_1} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_2} = 0 \tag{10.8}$$

Променливата $\lambda$ се нарекува Лагранжов множител.

Потоа се воведува проширена функција на цел која уште се нарекува и Лагранжова функција.

$$L = f + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \cdot g_i \tag{10.9}$$

а потребните услови за оптималност ќе бидат:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i = 0 \tag{10.10}$$

Друг облик на условна оптимизација имаме кога постојат ограничувања кои се изразени преку равенства и неравенства. Целта е да се оптимизира функцијата $f(x_1, \ldots, x_n)$, доколку постојат ограничувања изразени преку равенството $\boldsymbol{g}$ и неравенството $\boldsymbol{u}$ :

$$g_i(x_1, \ldots, x_n) = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, k$$

$$u_j(x_1, \ldots, x_n) \le 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, m$$

Лагранжовата равенка сега го има следниот облик:

$$L = f + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i g_i + \sum_{j=1}^{m} \mu_j u_j \tag{10.11}$$

Потребните услови за оптималност ќе го имаат следниот облик:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1, \ldots, n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i = 0 \qquad i = 1, \ldots, k$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_j} = u_j \le 0 \qquad j = 1, \ldots, m$$

Наведените услови кои треба да ги исполни некое решение за да биде оптимално се нарекуваат **Кун – Такерови** услови за оптималност.

# 10.2. Оптимална распределба на оптоварувањето помеѓу термоцентрали

## 10.2.1. Експлоатациони трошоци на термоцентрали

Термоцентралите се електроенергетски постројки во кои топлинската енергија се трансформира во механичка, а потоа механичката енергија се трансформира во електрична енергија, без разлика на тоа дали се користи топлина добиена со согорување на фосилни и други горива, топлина добиена од геотермални извори или топлина добиена со нуклеарна фисија. Поделбата на термоцентралите се врши според видот на погонската машина, според начинот на користење на пареата, според употребеното гориво и според начинот на ладење на кондензаторот.

Факторите кои влијаат на производството на енергија со минимални трошоци се: работната ефикасност на генераторите, трошоците за гориво и загубите при преносот на електричната енергија. И најефикасниот генератор во системот не гарантира минимални трошоци доколку тој е лоциран во подрачје каде што трошоците за гориво се големи. Доколку пак термоцентралата е лоцирана далеку од конзумното подрачје, загубите при преносот на електричната енергија ќе бидат значително поголеми и самата термоцентрала нема да работи економично.

Оптимална работа на термоцентралите значи производство (оптоварување) на термоцентралите (или термоагрегати во склоп на една ТЕЦ) на таков начин да вкупните експлоатациони трошоци бидат минимални. Експлоатационите трошоци имаат значајна улога при оптималната (економична) распределба на производството помеѓу повеќе ТЕЦ.

Влезна големина во термоцентралите при производството е доведената топлинска енергија $D$ која се изразува во [MJ/h], додека излезна големина е произведената електрична моќност $P$ која се изразува во [MW]. Ако на ординатната оска се нанесе доведената топлинска енергија $D$, а на апцисата се нанесе моќноста $P$, се добива **основната енергетска карактеристика** на ТЕЦ $D = f(P)$. Ако на ординатната оска наместо доведената топлина, ги нанесеме трошоците за гориво, ја добиваме кривата на трошоци $C = f(P)$.

Во општ случај, трошоците за гориво на агрегат $\boldsymbol{i}$ можат да се прикажат со математички израз како квадратна функција од активната моќност:

$$C_i = \alpha_i + \beta_i \cdot P_i + \gamma_i \cdot P_i^2 \qquad [\text{п.е. / h}] \qquad (10.12)$$

Една многу важна карактеристика во процесот на оптимална распределба на оптоварувањето помеѓу ТЕЦ се диференцијалните трошоци за гориво $\lambda$, кои се добиваат со диференцирање на карактеристиката на трошоци по активната моќност $\lambda = f(P)$

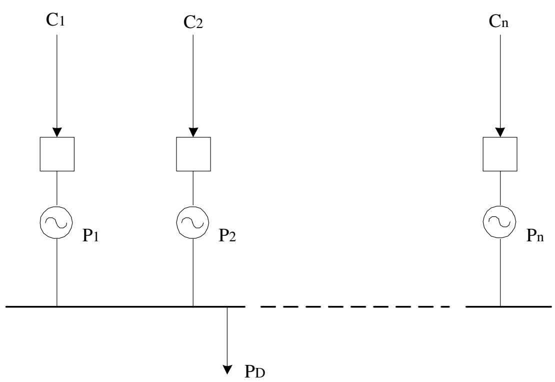
$$\lambda_i = \frac{dC_i}{dP_i} = 2\gamma_i \cdot P_i + \beta_i \qquad [\text{п.е. / kWh}] \qquad (10.13)$$

Диференцијалните трошоци за гориво покажуваат колку парични средства треба да се потрошат за одреден мал пораст на произведената моќност.

Вкупните експлоатациони трошоци во себе ги содржат: трошоците за гориво, трошоците за работниот персонал, трошоците за одржување и набавка. Трошоците за работниот персонал и трошоците за одржување и набавка се постојани трошоци и тие не зависат од произведената моќност. За разлика од нив, трошоците за гориво се променливи и тие директно зависат од моќноста која се произведува. Постојаните трошоци изнесуваат неколку проценти од трошоците за гориво и тие најчесто се вклучени во специфичните растечки трошоци за гориво.

### 10.2.2. Оптимална распределба при занемарени загуби при пренос и без ограничувања на производните единици

Наједноставен случај на оптимална распределба на производството (оптоварувањето) помеѓу ТЕЦ имаме кога загубите при преносот се занемаруваат. Во овој случај не е предмет на интерес конфигурацијата на ЕЕС и импедансите на преносните водови. Се претпоставува дека целиот систем е само еден јазол, на кој се поврзани сите ТЕЦ и потрошувачи.




Слика 10.1. Производни единици поврзани на заедничка собирница

Бидејќи загубите при преносот се занемаруваат, вкупните потреби за моќност $P_D$ треба да бидат сума на сите моќности кои се произведуваат од генераторите. Претпоставуваме дека се познати трошоците за гориво за секој агрегат $C_i$. Задача е да се определи производството на активна моќност за секоја централа посебно, така да функцијата на цел:

$$C_t = \sum_{i=1}^{n_g} C_i = \sum_{i=1}^{n_g} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \tag{10.14}$$

да биде минимална, притоа исполнувајќи го условот:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D \tag{10.15}$$

каде што $C_t$ претставуваат вкупни трошоци за гориво, $C_i$ се трошоци за гориво на $i$ – та термоцентрала, $P_i$ е произведена активна моќност на $i$ – та ТЕЦ, $P_D$ се вкупните потреби од електрична енергија, $n_g$ – број на термоцентрали.

Вообичаен пристап при решавање на проблемот со оптимална распределба на производството помеѓу термоагрегати е минимизирање на функцијата на цел со помош на методот на Лагранжови множители:

$$L = C_t + \lambda(P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_i) \tag{10.16}$$

Минимумот на оваа функција се наоѓа во точка во која парцијалните изводи на функцијата по нејзините променливи се еднакви на нула:

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

Првиот услов резултира во:

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda(0-1) = 0 \tag{10.17}$$

Бидејќи вкупните трошоци изнесуваат:

$$C_t = C_1 + C_2 + ... + C_n$$

се добива:

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda$$

и оттука условот за оптимална распределба ќе биде:

$$\frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \qquad i = 1, ..., n \tag{10.18}$$

или:

$$\beta_i + 2\gamma_i P_i = \lambda \tag{10.19}$$

Вториот услов за оптимална распределба ќе биде:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D \tag{10.20}$$

Од условите се забележува дека во случај кога загубите при пренос се занемарени и кога не постојат ограничувања на производните единици, за економично функционирање, сите ТЕЦ треба да работат со исти диференцијални трошоци за да ги задоволат потребите од електрична енергија. За да се добијат оптоварувањата за секој агрегат посебно, се решава равенката (10.20) во поглед на активната моќност $P_i$ .

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \tag{10.21}$$

Равенката (10.21) се нарекува **координациона равенка**, и зависи од $\lambda$. Аналитичко решение за $\lambda$ се добива кога изразот (10.21) се замени во (10.20) :

$$\sum_{i=1}^{n_g} \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} = P_D \tag{10.22}$$

и на крај се добива:

$$\lambda = \frac{P_D + \sum_{i=1}^{n_g} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{n_g} \frac{1}{2\gamma_i}} \tag{10.23}$$

Вредноста на $\lambda$ добиена со (10.23) се заменува во (10.21) и се определуваат оптоварувањата на секој генератор посебно.

Решението на претходниот проблем е определено аналитички. Но, во случај кога загубите при преносот не се занемарени, равенките во општ случај се нелинеарни, и се пристапува кон итеративно решавање. Брзо решение се добива со помош на методот на градиенти. За таа цел, равенката (10.22) ја запишуваме во следниот облик:

$$f(\lambda) = P_D \tag{10.24}$$

Со развој на левата страна од равенката во Тајлоров ред во околина на точка $\lambda^{(k)}$, и со занемарување на членовите од повисок ред, се добива:

$$f(\lambda)^{(k)} = (\frac{df(\lambda)}{d\lambda})^{(k)} \cdot \Delta\lambda^{(k)} = P_D \tag{10.25}$$

или:

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum (\frac{dP_i}{d\lambda})^{(k)}} \tag{10.26}$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \frac{1}{2\gamma_i}} \tag{10.27}$$

и оттука произлегува дека:

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \tag{10.28}$$

каде што:

$$\Delta P^{(k)} = P_D - \sum_{i=1}^{n_g} P_i^{(k)} \tag{10.29}$$

Процесот се повторува се додека $\Delta P^{(k)} \leq \varepsilon$ ($\varepsilon = 0.001$).

**Пример**:

Трошоците за гориво на три термоагрегати во \$ / h се дадени со:

$$C_1 = 500 + 5.3P_1 + 0.004P_1^2$$

$$C_2 = 400 + 5.5P_2 + 0.006P_2^2$$

$$C_3 = 200 + 5.8P_3 + 0.009P_3^2$$

Каде $P_1$, $P_2$, и $P_3$ се во MW. Вкупните потреби, $P_D$, изнесуваат 800 MW. Ако се занемарат загубите при преносот и се усвои дека генераторите се без ограничувања, да се изврши оптимална распределба помеѓу агрегатите и да се определат вкупните трошоци во \$ / h.

**Решение**:

Решението на дадениот пример се добива со помош на итеративен процес. Се претпоставува почетна вредност за $\lambda$ и итеративно се определуваат моќностите на секој генератор посебно. Тука се дадени конечните резултати од пресметките направени со помош на кратка компјутерска програма:

$\lambda = 8.5$ \$ / MWh

Оптимална распределба на оптоварувањата:

$P_1$ = 400.0000

$P_2$ = 250.0000

$P_3$ = 150.0000

Вкупни трошоци на производството 6682.50 \$ / h

### 10.2.3. Оптимална распределба при занемарени загуби, но со ограничувања на генераторските единици

Во реален ЕЕС, поради технолошкиот процес на котелот, термоелектричните централи можат да произведуваат активна моќност во определени максимални и минимални граници. Определувањето на оптимална распределба на оптоварувањата на секоја централа (агрегат) во овој случај значи минимизирање на функцијата на цел :

$$C_t = \sum_{i=1}^{n_g} C_i = \sum_{i=1}^{n_g} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2$$

при што треба да биде исполнет условот $\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D$, а во исто време да биде задоволено:

$$P_{i(\min)} \le P_i \le P_{i(\max)} \qquad i = 1,\dots,n_g \tag{10.30}$$

$P_{i(\min)}$ - технички минимум на агрегат $i$

$P_{i(\max)}$ - максимална моќност на агрегат $i$.

Потребните услови за оптимална распределба ќе го имаат следниот облик:

$$\begin{aligned} \frac{dC_i}{dP_i} &= \lambda \qquad \text{за} \qquad P_{i(\min)} < P_i < P_{i(\max)} \\ \frac{dC_i}{dP_i} &\le \lambda \qquad \text{за} \qquad P_i = P_{i(\max)} \\ \frac{dC_i}{dP_i} &\ge \lambda \qquad \text{за} \qquad P_i = P_{i(\min)} \end{aligned} \tag{10.31}$$

Постапката за добивање на аналитичко решение е следна: за почетна вредност на $\lambda$, се определуваат моќностите $P_i$ од координационата равенка и процесот се повторува се додека не се исполни условот:

$$\sum P_i = P_D$$

Интересен е случајот кога при пресметките некој од агрегатите ќе го достигне минимумот или максимумот. Во таков случај тој агрегат останува блокиран на вредноста на границата и неговото производство останува константно, а процесот на оптимална распределба продолжува со останатите агрегати кои сеуште функционираат во своите дозволени граници.

### 3.4. Оптимална распределба во случај кога има загуби при пренос и постојат технички граници на генераторите

Во големи распространети ЕЕС електричната енергија се пренесува преку долги водови, во исто време постојат и подрачја со мала густина на оптоварувањето, и во тие ситеми загубите при преносот на енергијата претставуваат битен фактор кои никако не смее да се занемари. За да се вклучи ефектот на загубите при пренос при одредување на оптималната распределба, потребно е тие загуби да се изразат како функција од излезната моќност на генераторите. Наједноставно се изразуваат како квадратна функција од облик:

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} P_i B_{ij} P_j \tag{10.32}$$

Почесто користен израз е оној кој што содржи линеарна членови и константни членови, кој се нарекува **Кронова формула** на загуби.

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} P_i B_{ij} P_j + \sum_{i=1}^{n_g} B_{0i} P_i + B_{00} \tag{10.33}$$

Коефициентите $B_{ij}$ се нарекуваат коефициенти на загуби или $B$ – коефициенти. Се претпоставува дека овие коефициенти се константни. Методот за определување на $B$ – коефициентите ќе биде објаснет во наредното подглавје.

Во овој случај, функцијата на цел, односно трошоците за гориво на секој агрегат $C_i$ требса да бидат минимална:

$$C_t = \sum_{i=1}^{n_g} C_i = \sum_{i=1}^{n_g} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2$$

при што потребно е да бидат задоволени следните услови:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D + P_L \tag{10.34}$$

$$P_{i(\min)} \le P_i \le P_{i(\max)} \qquad i = 1, \ldots, n_g \tag{10.35}$$

Со помош на методот на Лагранжови множители се формира Лагранжовата функција и се дополнува со новите услови:

$$L = C_t + \lambda(P_D + P_L - \sum_{i=1}^{n_g} P_i) + \sum_{i=1}^{n_g} \mu_{i(\max)}(P_i - P_{i(\max)}) + \sum_{i=1}^{n_g} \mu_{i(\min)}(P_i - P_{i(\min)}) \tag{10.36}$$

За дополнителните ограничувања може да се каже следното: $\mu_{i(\max)} = 0$ во случај кога $P_i < P_{i(\max)}$ и $\mu_{i(\min)} = 0$, кога $P_i > P_{i(\min)}$ .

Условите за оптимална распределба ќе го имаат следниот облик:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \\
&\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \\
&\frac{\partial L}{\partial \mu_{i(\max)}} = P_i - P_{i(\max)} = 0 \\
&\frac{\partial L}{\partial \mu_{i(\min)}} = P_i - P_{i(\min)} = 0
\end{aligned}
\tag{10.37}
$$

Според условите, за Лагранжовата функција ќе се добие:

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda(0 + \frac{\partial P_L}{\partial P_i} - 1) = 0 \tag{10.38}$$

Бидејќи претходно знаеме дека:

$$C_t = C_1 + C_2 + ... + C_{n_g}$$

се добива дека

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i}$$

и според тоа условот за оптимална распределба ќе биде

$$\frac{dC_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \qquad i = 1, ..., n_g \tag{10.39}$$

Изразот $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ се нарекува специфични диференцијални преносни загуби.

Вториот услов за оптимална распределба ќе биде:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_i = P_D + P_L \tag{10.40}$$

Најчесто првиот услов за оптимална распределба се преуредува и ја добива следната форма

$$\left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \right) \cdot \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \qquad i = 1, ..., n_g$$

или

$$L_i \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \qquad i = 1,...,n_g \tag{10.41}$$

каде што $L_i$ се нарекува фактор на прекршок (казна) и е даден со

$$L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \tag{10.42}$$

Може да заклучиме дека ефектот на загубите при преносот се согледува преку факторот на казна кој пак зависи од самата локација на централата во склоп на ЕЕС. Се забележува дека минимални трошоци ќе имаме кога специфичните диференцијални трошоци за секоја централа $\lambda_i$ помножени со факторот на казна за секоја централа $L_i$ ќе дадат ист производ за сите централи.

Од специфичните преносни загуби:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2\sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j + B_{0i}$$

ако замениме во условот за оптимална распределба се добива:

$$\beta_i + 2\gamma_i P_i + 2\lambda \sum_{j=1}^{n_g} B_{ij} P_j + B_{0i}\lambda = \lambda \tag{10.43}$$

или пак во следниот облик:

$$\left(\frac{\gamma_i}{\lambda} + B_{ii}\right) P_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_g} B_{ij} P_j = \frac{1}{2}\left(1 - B_{oi} - \frac{\beta_i}{\lambda}\right) \tag{10.44}$$

Доколку изразот го запишиме во матрична форма се добива:

$$\begin{bmatrix} \frac{\gamma_1}{\lambda} + B_{11} & B_{12} & ... & B_{1n_g} \\ B_{21} & \frac{\gamma_2}{\lambda} + B_{22} & ... & B_{2n_g} \\ ... & ... & ... & ... \\ B_{n_g 1} & B_{n_g 2} & ... & \frac{\gamma_{n_g}}{\lambda} + B_{n_g n_g} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ ... \\ P_{n_g} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - B_{01} - \frac{\beta_1}{\lambda} \\ 1 - B_{02} - \frac{\beta_2}{\lambda} \\ ... \\ 1 - B_{0n_g} - \frac{\beta_{n_g}}{\lambda} \end{bmatrix} \tag{10.45}$$

или во скратена форма:

$$E \cdot P = D \tag{10.46}$$

Процесот на определување на оптималната распределба е следен: Се претпоставува почетна вредност за $\lambda^{(1)}$, потоа се определуваат вредностите на моќностите за секој генератор посебно.

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)}(1-B_{0i}) - \beta_i - 2\lambda^{(k)}\sum B_{ij}P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)}B_{ii})} \tag{10.47}$$

Ако замениме за $P_i$ во (2.29) се добива

$$\sum_{i=1}^{n_g} \frac{\lambda^{(k)}(1-B_{0i}) - \beta_i - 2\lambda^{(k)}\sum B_{ij}P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)}B_{ii})} = P_D + P_L^{(k)} \tag{10.48}$$

или во скратена форма

$$f(\lambda)^{(k)} = P_D + P_L^{(k)} \tag{10.49}$$

Левата страна од изразот се проширува во Тајлоров ред во околина на точката $\lambda^{(k)}$, и ако се занемарат членовите од повисок ред, се добива

$$f(\lambda)^{(k)} + \left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)} \cdot \Delta\lambda^{(k)} = P_D + P_L^{(k)} \tag{10.50}$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum\left(\frac{dP_i}{d\lambda}\right)^{(k)}} \tag{10.51}$$

$$\sum_{i=1}^{n_g}\left(\frac{\partial P_i}{\partial\lambda}\right)^{(k)} = \sum_{i=1}^{n_g} \frac{\gamma_i(1-B_{0i}) + B_{ii}\beta_i - 2\gamma_i\sum B_{ij}P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)}B_{ii})^2} \tag{10.52}$$

и оттука

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \tag{10.53}$$

додека за отстапувањето на моќноста ќе имаме

$$\Delta P^{(k)} = P_D + P_L^{(k)} - \sum_{i=1}^{n_g} P_i^{(k)} \tag{10.54}$$

Процесот продолжува се додека не се добие $\Delta P^{(k)} \le \varepsilon$.

Доколку пак се користи поедноставниот израз за загубите

$$P_L = \sum_{i=1}^{n_g} B_{ii}P_i^2 \tag{10.55}$$

забележуваме дека коефициентите $B_{0i} = 0$, $B_{00} = 0$, решавањето се сведува на следното

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)} - \beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)}B_{ii})} \tag{10.56}$$

$$\sum_{i=1}^{n_g}\left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{(k)} = \sum_{i=1}^{n_g}\frac{\gamma_i + B_{ii}\beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)}B_{ii})^2} \tag{10.57}$$

Останатите равенки кои се користат остануваат непроменети.

### 10.4.1. Добивање на равенка за загуби при пренос

Еден од основните чекори при оптималната распределба на оптоварувањето е да се изразат загубите во системот во функција од излезната активна моќност на генераторите. Постојат повеќе методи за добивање на равенката на преносни загуби. Тука ќе го прикажеме методот на коефициенти на загуби, кој е развиен од страна на научниците Крон и Киршмаер. Овој метод уште се нарекува метод на $B$ – коефициенти.

Вкупната инјектирана привидна моќност во јазол $i$ е дадена со изразот:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* \tag{10.58}$$

Збирот на моќностите од сите јазли ги дава вкупните загуби во системот

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n} V_i I_i^* = V_{bus}^T I_{bus}^* \tag{10.59}$$

каде што $P_L$ и $Q_L$ се активни и реактивни загуби во системот, $V_{bus}$ е колона матрица составена од напоните на јазлите, а $I_{bus}$ е колона матрица составена од инјектираните струи во јазлите. Изразот за зависноста на струите во јазлите од напоните на тие јазли е

$$I_{bus} = Y_{bus}V_{bus} \tag{10.60}$$

при што $Y_{bus}$ е матрица на адмитанции во која како референтна точка е земјата.
Ако изразот (10.60) го преуредиме, се добива

$$V_{bus} = Y_{bus}^{-1}I_{bus} = Z_{bus}I_{bus} \tag{10.61}$$

Инверзната матрица на матрицата на адмитанции е наречена матрица на импеданси. Ако изразот (10.61) го замениме во изразот (10.59), ќе добиеме

$$P_L + jQ_L = [Z_{bus}I_{bus}]^T I_{bus}^* = I_{bus}^T Z_{bus}^T I_{bus}^* \tag{10.62}$$

$Z_{bus}$ е симетрична матрица, па според тоа $Z_{bus}^T = Z_{bus}$ и се добива

$$P_L + jQ_L = I_{bus}^T Z_{bus} I_{bus}^* \tag{10.63}$$

Изразот (10.63) може да се запише и со индекси:

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_i Z_{ij} I_j^* \tag{10.64}$$

Бидејќи матрицата на импеданси е симетрична, $Z_{ij} = Z_{ji}$ и равенката го добива следниот облик:

$$P_L + jQ_L \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} Z_{ij}(I_i I_j^* + I_j I_i^*) \tag{10.65}$$

Претходниот израз може да се раздели посебно за активни посебно за реактивни компоненти:

$$P_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} R_{ij}(I_i I_j^* + I_j I_i^*) \tag{10.66}$$

$$Q_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}(I_i I_j^* + I_j I_i^*) \tag{10.67}$$

$R_{ij}$ и $X_{ij}$ се активни и индуктивни елементи на матрицата на импеданси. Бидејќи $R_{ij} = R_{ji}$ , активните загуби во системот ќе го добијат следниот облик:

$$P_L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_i R_{ij} I_j^* \tag{10.68}$$

Во матрична форма, изразот за активните загуби ќе биде:

$$P_L = I_{bus}^T R_{bus} I_{bus}^* \tag{10.69}$$

$R_{bus}$ се реалните компоненти од матрицата на импеданси. За да се добие зависност на загубите при преносот од излезната моќност на генераторите, ја дефинираме вкупната струја на оптоварување како сума од поодделните струи на оптоварување:

$$I_{L1} + I_{L2} + ... + I_{Ln_d} = I_D \tag{10.70}$$

каде што $n_d$ е број на јазли на кои се поврзани потрошувачи, $I_D$ е вкупната струја на оптоварувањето. Поединечните струи во јазлите се земаат како дел од вкупната струја на оптоварување:

$$I_{Lk} = l_k I_D \qquad k = 1, 2, ..., n_d \tag{10.71}$$

или

$$l_k = \frac{I_{Lk}}{I_D} \tag{10.72}$$

Ако претпоставиме дека јазол 1 е slack јазол, со развивање на првата редица од изразот (10.61) ќе се добие:

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + ... + Z_{1n} I_n \tag{10.73}$$

Ако $n_g$ е број на генераторски јазли, а $n_d$ е потрошувачки јазли, горната равенка може да се запише во облик:

$$V_1 = \sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} + \sum_{k=1}^{n_d} Z_{1k} I_{Lk} \tag{10.74}$$

Ако изразот (3.60) го замениме во (3.63), се добива

$$V_1 = \sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} + I_D \sum_{k=1}^{n_d} l_k Z_{1k} = \sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} + I_D T \tag{10.75}$$

каде

$$T = \sum_{k=1}^{n_d} l_k Z_{1k} \tag{10.76}$$

Ако $I_0$ се дефинира како струја која излегува од јазол 1, кога сите останати струи се изедначат на нула, се добива:

$$V_1 = -Z_{11} I_0 \tag{10.77}$$

Изразот (10.77) го заменуваме во (10.75) и со решавање по $I_D$ се добива:

$$I_D = -\frac{1}{T} \sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} - \frac{1}{T} Z_{11} I_0 \tag{10.78}$$

Со замена на (3.67) во (3.60), за струите на оптоварување се добива

$$I_{Lk} = -\frac{l_k}{T} \sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} - \frac{l_k}{T} Z_{11} I_0 \tag{10.79}$$

Ако усвоиме дека

$$\rho = -\frac{l_k}{T} \tag{10.80}$$

се добива

$$I_{Lk} = \rho_k \sum_{i=1}^{n_g} Z_{1i} I_{gi} + \rho_k Z_{11} I_0 \tag{10.81}$$

Во матрична форма изразот (10.81) ќе биде:

$$\begin{bmatrix} I_{g1} \\ \dots \\ I_{gn_g} \\ I_{L1} \\ \dots \\ I_{Ln_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \rho_1 Z_{11} & \rho_1 Z_{12} & \dots & \rho_1 Z_{1n_g} & \rho_1 Z_{11} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_k Z_{11} & \rho_k Z_{12} & \dots & \rho_k Z_{1n_g} & \rho_k Z_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{g1} \\ \dots \\ I_{gn_g} \\ \\ \\ I_0 \end{bmatrix} \tag{10.82}$$

Ако горната матрица ја означиме со $C$, изразот има облик:

$$I_{bus} = C \cdot I_{new} \tag{10.83}$$

Изразот (10.83) се заменува во изразот (10.69) и се добива:

$$P_L = I_{new}^T C^T R_{bus} C^* I_{new}^* \tag{10.84}$$

Ако $S_{gi}$ е привидната комплексна моќност во јазол $i$ , генераторската струја е

$$I_{gi} = \frac{S_{gi}^*}{V_i^*} = \frac{P_{gi} - jQ_{gi}}{V_i^*} = \frac{P_{gi}\left(1 - j\dfrac{Q_{gi}}{P_{gi}}\right)}{V_i^*} \tag{10.85}$$

Изразот (3.74) може да се запише и во следниот облик

$$I_{gi} = \psi_i P_{gi} \tag{10.86}$$

каде што

$$\psi_i = \frac{1 - j\dfrac{Q_{gi}}{P_{gi}}}{V_i^*} \tag{10.87}$$

Ако се додаде струјата $I_0$ во колона матрицата за струите, се добива:

$$\begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ \dots \\ I_{gn_g} \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_{n_g} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & I_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ \dots \\ P_{gn_g} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{10.88}$$

или во кратка форма:

$$I_{new} = \psi P_{G1} \tag{10.89}$$

каде што:

$$P_{G1} = \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ \dots \\ P_{gn_g} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{10.90}$$

Заменувајќи го (3.78) во (3.73), равенката на загубите е во облик:

$$P_L = P_{G1}^T \psi^T C^T R_{bus} C^* \psi^* P_{G1}^* \tag{10.91}$$

Резултантната матрица во претходната равенка е комплексна, па активните загуби на моќност можат да се определат од нејзиниот реален дел:

$$P_L = P_{G1}^T \mathbb{R}[H] P_{G1}^* \tag{10.92}$$

каде:

$$H = \psi^T C^T R_{bus} C^* \psi^* \tag{10.93}$$

Елементите од матрицата $H$ се комплексни, а за понатамошните пресметки потребни ни се само реалните елементи, кои ги определуваме според:

$$\mathbb{R}[H] = \frac{H + H^*}{2} \tag{10.94}$$

Претходната равенка може да се раздели на следниот начин:

$$\mathbb{R}[H] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n_g} & B_{01}/2 \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n_g} & B_{02}/2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n_g1} & B_{n_g2} & \dots & B_{n_gn_g} & B_{0n_g}/2 \\ B_{01}/2 & B_{02}/2 & \dots & B_{0n_g}/2 & B_{00} \end{bmatrix} \tag{10.95}$$

Конечно, ако (10.95) се замени во (10.92) се добива:

$$P_L = \begin{bmatrix} P_{g1} & P_{g2} & \dots & P_{gn_g} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n_g} & B_{01}/2 \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n_g} & B_{02}/2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n_g1} & B_{n_g2} & \dots & B_{n_gn_g} & B_{0n_g}/2 \\ B_{01}/2 & B_{02}/2 & \dots & B_{0n_g}/2 & B_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ \dots \\ P_{gn_g} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{10.96}$$

или

$$P_L = \begin{bmatrix} P_{g1} & P_{g2} & \dots & P_{gn_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n_g} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n_g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n_g1} & B_{n_g2} & \dots & B_{n_gn_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ \dots \\ P_{gn_g} \end{bmatrix} +$$

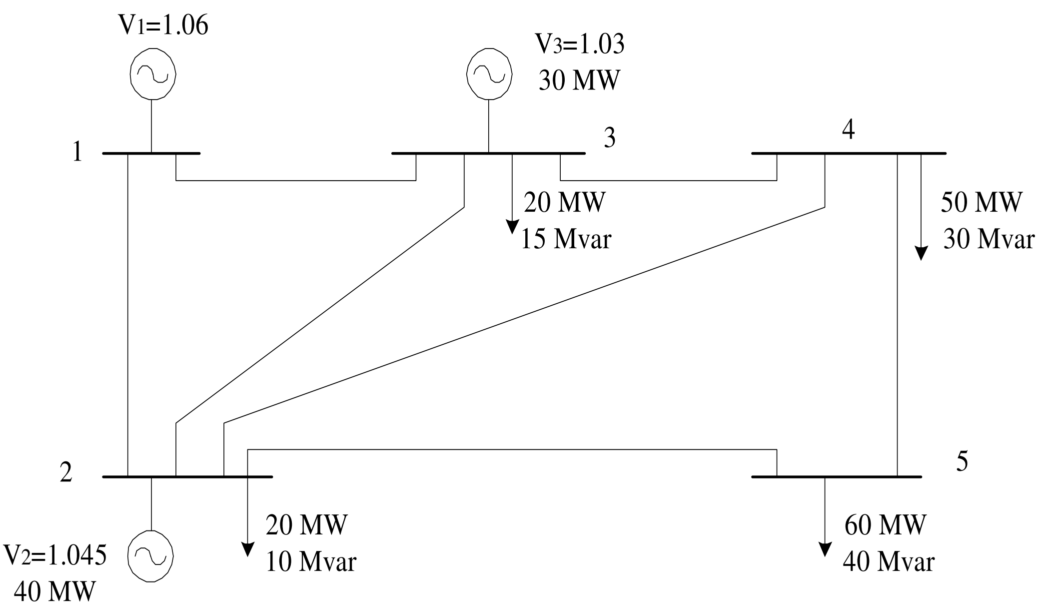
$$+ \begin{bmatrix} P_{g1} & P_{g2} & \dots & P_{gn_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{01} \\ B_{02} \\ \dots \\ B_{0n_g} \end{bmatrix} + B_{00} \tag{10.97}$$

За да се определат коефициентите на загуби, најпрво е потребно решение со анализа на текови на моќност за почетна работна состојба на системот. Од таа анализа се добиваат напоните и фазните агли во сите јазли. Од тие резултати, се пресметуваат поединечните струи на оптоварување $I_{Lk}$, вкупната струја на оптоварување $I_D$ а исто така и факторот $l_k$. Следно, се определува матрицата на импеданси $Z_{bus}$ со инверзија на матрицата на адмитанции. Потоа се пресметуваат матриците $C$, $\psi$ и $H$. На крајот се определуваат $B$ – коефициентите со помош на изразот (10.95).

Треба да се напомне и тоа дека $B$ – коефициентите се зависни од оперативната состојба на системот. Ако новиот распоред на производство во системот не е драстично различен од почетната состојба, за коефициентите на загуби може да се претпостави дека ќе останат константни.

**Пример:** Даден е едноставен електроенергетски систем од 5 јазли. Во системот постојат три генератори кои се поврзани во јазлите 1, 2, и 3. Потрошувачите се поврзани на јазлите 2, 3, 4 и 5. Јазол 1 е “slack” јазол и за него е дефинирана вредност на напонот 1,06 pu. Напонот на јазол 2 е 1,045 pu, генерираната активна моќност е 40 MW, а напонот на јазол 3 има вредност 1,03 pu, со генерирана активна моќност од 30 MW. Дадени се податоци за водовите на системот. Базна моќност е 100 MVA.

| Водови | R (pu) | X (pu) | ½ B (pu) |
|---|---|---|---|
| вод 1 – 2 | 0.02 | 0.06 | 0.030 |
| вод 1 – 3 | 0.08 | 0.24 | 0.025 |
| вод 2 – 3 | 0.06 | 0.18 | 0.020 |
| вод 2 – 4 | 0.06 | 0.18 | 0.020 |
| вод 2 – 5 | 0.04 | 0.12 | 0.015 |
| вод 3 – 4 | 0.01 | 0.03 | 0.010 |
| вод 4 – 5 | 0.08 | 0.24 | 0.025 |




Трошоците за гориво на генераторите го имаат следниот облик:

$$C_1 = 200 + 7.0P_1 + 0.008P_1^2$$

$$C_2 = 180 + 6.3P_2 + 0.009P_2^2$$

$$C_3 = 140 + 6.8P_3 + 0.007P_3^2$$

Техничките граници на работа на генераторите се :

$$10 \le P_1 \le 85$$

$$10 \le P_2 \le 80$$

$$10 \le P_3 \le 70$$

Потребно е да се одредат коефициентите на загуби во преносот (**B**); тековите на моќности во системот и трошоците за работа на централите за дадениот случај; оптимална распределба на оптоварувањата меѓу централите и направи споредба помеѓу двата режими на работа.

**Решение**:

Заради обемот на пресметките, задачата мора да се решава со помош на направени компјутерски процедури. Заради илустрација, дадени се поважните меѓурезултати и крајните резултати:

- Коефициенти за загуби во преносот (релативни единици):

$$B = \begin{bmatrix} 0.0218 & 0.0093 & 0.0028 \\ 0.0093 & 0.0228 & 0.0017 \\ 0.0028 & 0.0017 & 0.0179 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = [0.0003 \quad 0.0031 \quad 0.0015]$$

$$B_{00} = 3.0523 \cdot 10^{-4}$$

- Текови на моќности:

| Јазол | Напон (r.e) | Агол (степени) | Потрошувачи | | Генератори | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Активна моќност (MW) | Реактивна моќност (MVAR) | Активна моќност (MW) | Реактивна моќност (MVAR) |
| 1 | 1,060 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 83.051 | 7.271 |
| 2 | 1,045 | -1.782 | 20.000 | 10.000 | 40.000 | 41.811 |
| 3 | 1,030 | -2.664 | 20.000 | 15.000 | 30.000 | 24.148 |
| 4 | 1,019 | -3.243 | 50.000 | 30.000 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | 0,990 | -4.405 | 60.000 | 40.000 | 0.000 | 0.000 |
| Вкупно | | | 150,00 | 95,00 | 153.051 | 73.230 |

- Загуби во преносот = 3,05248 MW
- Вкупни трошоци за производство = 1633,24 $/h
- Оптимална распределба на оптоварувањето:

$\lambda =$ 7,759051 $/MWh

$P_1 =$ 23,5581

$P_2 =$ 69,5593

$P_3 =$ 59,0368

- Текови на моќности:

| Јазол | Напон (r.e) | Агол (степени) | **Потрошувачи** | | **Генератори** | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Активна моќност (MW) | Реактивна моќност (MVAR) | Активна моќност (MW) | Реактивна моќност (MVAR) |
| 1 | 1,060 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 23.649 | 25.727 |
| 2 | 1,045 | -0.282 | 20.000 | 10.000 | 69.518 | 30.767 |
| 3 | 1,030 | -0.495 | 20.000 | 15.000 | 58.990 | 14.052 |
| 4 | 1,019 | -1.208 | 50.000 | 30.000 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | 0,990 | 2.729 | 60.000 | 40.000 | 0.000 | 0.000 |
| Вкупно | | | 150,00 | 95,00 | 152.157 | 70.545 |

- Загуби во преносот = 2.15434 MW
- Вкупни трошоци за производство = 1596.96 $/h

Од резултатите јасно се гледаат ефектите од оптималната работа на системот. Загубите на активна моќност во системот се помали за 0.898 MW, трошоците за гориво се помали за 36.28 $/h што значи дневна заштеда од 870.72 $ или годишна заштеда од 317813 $.